Sprendžiame uždavinius

1. Atidžiai perskaitoma sąlyga;
2. Išrenkami ir užrašomi duoti dydžiai, parametrai, duomenys (naudojama tarptautinė vienetų sistema);
3. Nustatoma: „ką reikia rasti (apskaičiuoti)“;
4. Taikomi dėsniai, pasirenkamos formulės, įstatomos į formules dydžių skaitinės vertės;
5. Pateikiamas atsakymas.

1 uždavinys

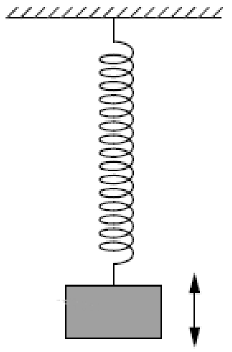
Svarelis, pakabintas ant 100 N/m standumo spyruoklės per 25 s atliko 40 svyravimų. Apskaičiuokite svyravimų periodą ir svarelio masę.

Duota: k = 100 N/m t = 25 s N = 40
Rasti: T – ? m – ?

Sprendimas:

Svyravimų periodas:

$$T = \frac{t}{N} = \frac{25\,\text{s}}{40} = \boxed{0{,}625\,\text{s}}$$



Taikome spyruoklinės svyruoklės periodo formulę:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{T^2 k}{4\pi^2} = \frac{0{,}625^2 \cdot 100}{4 \cdot \pi^2} = \boxed{0{,}99\,\text{kg}}$$

Ats.: T = 0,625 s; m = 0,99 kg

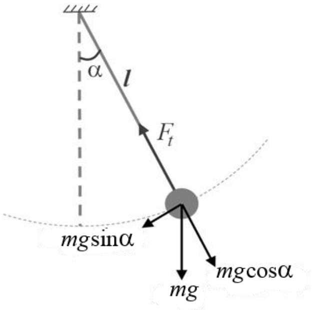
2 uždavinys

Per 15 s matematinė svyruoklė atliko 20 svyravimų. Siūlą sutrumpinus, per tą patį laiką svyruoklė atliko 30 svyravimų. Kiek buvo sutrumpintas siūlas?

Duota:
$t = 15$ s $N_1 = 20$ $N_2 = 30$ $g = 9{,}8$ m/s^2
Rasti:
Δl – ?

Sprendimas:

Iš matematinės svyruoklės svyravimų periodo formulės išreiškiame siūlo ilgį:



$$T = \frac{t}{N} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{t^2 g}{4\pi^2 N^2}$$

$$\Delta l = l_1 - l_2 = \frac{t^2 g}{4\pi^2}\left(\frac{1}{N_1^2} - \frac{1}{N_2^2}\right) = \frac{15^2 \cdot 9{,}8}{4\pi^2}\left(\frac{1}{20^2} - \frac{1}{30^2}\right) = 0{,}078\ \text{m} = \boxed{7{,}8\ \text{cm}}$$

Ats.: $\Delta l = 7{,}8$ cm

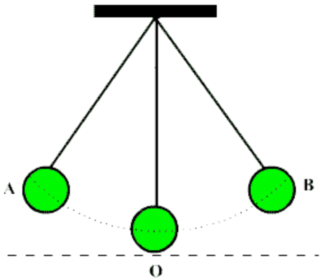
3 uždavinys

Po kiek laiko nuo svyravimo pradžios svarelio nuokrypis nuo pusiausvyros padėties lygus pusei amplitudės? Svyravimo periodas 12 s, svarelis pradiniu momentu eina per pusiausvyros padėtį.

Sprendimas:

Duota:
$T = 12$ s
$x(t = 0) = 0$
$x_1(t_1) = A/2$
Rasti:
$t_1 - ?$

Kadangi pradiniu momentu svarelis eina per pusiausvyros padėtį, tai svyravimus patogu aprašyti sinuso dėsniu:



$$x(t) = A\sin\omega t.$$

Nuokrypis laiko momentu t_1: $x_1(t_1) = A\sin\omega t_1 = \dfrac{A}{2} \Rightarrow \sin\omega t_1 = \dfrac{1}{2}.$

$$\omega t_1 = \frac{2\pi}{T}t_1 = \arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} \quad\Rightarrow\quad t_1 = \frac{T}{12} = \frac{12}{12} = \boxed{1\text{ s}}$$

Ats.: $t_1 = 1$ s

4 uždavinys

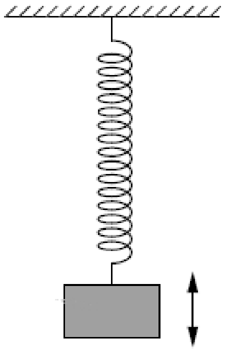
135 g masės svarelis, pakabintas ant 150 N/m standumo spyruoklės svyruoja 6,0 cm amplitude. Apskaičiuokite svyravimų pilnutinę mechaninę energiją ir svarelio didžiausią greitį.

Duota: m = 135 g = 0,135 kg k = 150 N/m A = 6,0 cm = 6,0·10^{-2} m
Rasti: E – ? v_{max} – ?

Sprendimas:

Svyravimų pilnutinė mechaninė energija:

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{150 \cdot \left(6,0 \cdot 10^{-2}\right)^2}{2} = \boxed{0,27\ \text{J}}$$



Svareliui einant per pusiausvyros padėtį, jo mechaninę energiją sudaro tik kinetinė energija ir jo greitis šioje padėtyje yra didžiausias:

$$E = E_{k\,\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,27}{0,135}} = \boxed{2,0\ \text{m/s}}$$

Ats.: E = 0,27 J; v_{max} = 2,0 m/s

5 uždavinys

Prie spyruoklės prikabintas 5 g masės svarelis svyruoja 0,5 Hz dažniu. Svyravimo amplitudė 3 cm. Apskaičiuokite maksimalią svarelį veikiančią jėgą ir svyravimų mechaninę energiją.

Duota:

$m = 5$ g $= 5\cdot10^{-3}$ kg

$f = 0{,}5$ Hz

$A = 3$ cm $= 3\cdot10^{-2}$ m

Rasti:

F_{max} – ?

E – ?

Sprendimas:

Iš svyravimų dažnio formulės išreiškiame spyruoklės tamprumo koeficientą:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \Rightarrow \quad k = 4\pi^2 f^2 m$$

Maksimali tamprumo jėga veikia svarelį, kai nuokrypis nuo pusiausvyros padėties didžiausias, t.y. kai $x = A$:

$$F_{\max} = kA = 4\pi^2 f^2 mA = 4\cdot\pi^2\cdot0{,}5^2\cdot5\cdot10^{-3}\cdot3\cdot10^{-2} = 148\cdot10^{-5}\text{ N} = \boxed{1{,}5\text{ mN}}$$

Svyravimų mechaninė energija:

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{4\pi^2 f^2 mA^2}{2} = 2\cdot\pi^2\cdot0{,}5^2\cdot5\cdot10^{-3}\cdot\left(3\cdot10^{-2}\right)^2 = 222\cdot10^{-7}\text{ J} = \boxed{22\ \mu\text{J}}$$

Ats.: $F_{max} = 1{,}5$ mN; $E = 22$ μJ

6 uždavinys

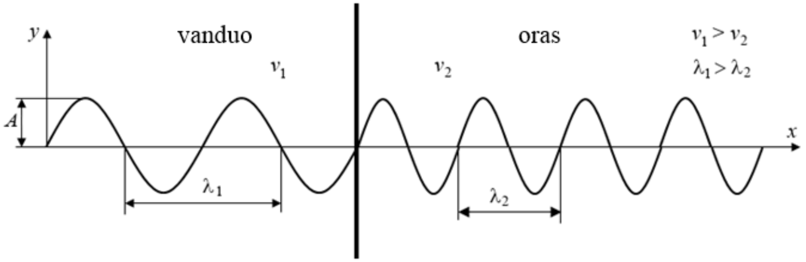
Garsas vandenyje sklinda 1480 m/s greičiu, o ore – 340 m/s greičiu. Kiek kartų pakinta bangos ilgis, garsui pereinant iš oro į vandenį?

Duota: v_1 = 1480 m/s v_2 = 340 m/s
Rasti: λ_1/λ_2 – ?

Sprendimas:

Garso bangoms pereinant iš oro į vandenį dažnis nesikeičia, o bangos ilgis – pakinta. Taikome formulę, siejančią bangos ilgį, greitį ir dažnį:

$$\lambda = \frac{v}{f}.$$



Skaičiuojame bangos ilgių dviejose terpėse santykį:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{f} \cdot \frac{f}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{1480}{340} = \boxed{4,35}$$

Ats.: garsui pereinant iš oro į vandenį bangos ilgis padidėja 4,35 karto.

7 uždavinys

1,2 s periodo ir 2 cm amplitudės bangos sklinda 15 m/s greičiu. Rasti poslinkį taško, esančio už 45 m nuo bangų šaltinio, praėjus 4 s nuo šaltinio svyravimo pradžios.

Duota:
T = 1,2 s A = 2 cm = 0,02 m v = 15 m/s x = 45 m t = 4 s
Rasti:
y – ?

Sprendimas:

Nuo šaltinio nutolusio taško poslinkį galima apskaičiuoti taikant bangos lygtį:

$$y(x,t) = A\sin(\omega t - kx)$$

Kampinį svyravimo dažnį galima išreikšti per periodą: $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Bangos skaičių galima išreikšti per kampinį dažnį ir bangų sklidimo greitį:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{Tv}.$$

Kampinį dažnį ir bangos skaičių įstačius į bangos lygtį gauname:

$$y(x,t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{Tv}x\right) = 0,02\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{1,2}\cdot\left(4 - \frac{45}{15}\right)\right) = \boxed{-0,017\ \text{m}}$$

Ats.: y = –0,017 m

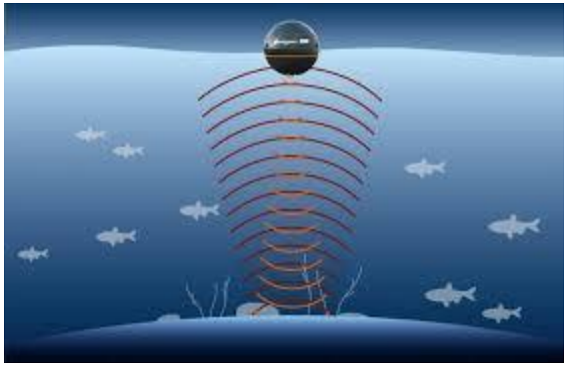
8 uždavinys

Naudodamasis echolotu žvejas nustatė, kad nuo žuvų būrio atsispindėjęs ultragarso signalas grįžta po 600 ms. Ultragarso greitis vandenyje yra 1480 m/s. Kokiu atstumu nuo echoloto yra žuvų būrys?

Sprendimas:

Duota:
t = 600 ms = 0,600 s
v_g = 1480 m/s
Rasti:
s – ?

Ultragarso banga nueina kelią s iki žuvų būrio ir atsispindėjusi grįžta per laiką t:



$$2s = v_g t \quad \Rightarrow \quad s = \frac{v_g t}{2} = \frac{1480 \cdot 0,600}{2} = \boxed{444 \text{ m}}$$

Ats.: s = 444m

9 uždavinys

Du garsiakalbiai skleidžia vienodas garso bangas. Taške A, esančiame 2 m atstumu nuo pirmojo garsiakalbio ir už 2,5 m nuo antrojo garsiakalbio, garso nesigirdi. Kokio dažnio bangas skleidžia garsiakalbiai? Garso greitis ore 340 m/s.

Duota:

$l_1 = 2$ m

$l_2 = 2{,}5$ m

$v = 340$ m/s

Rasti:

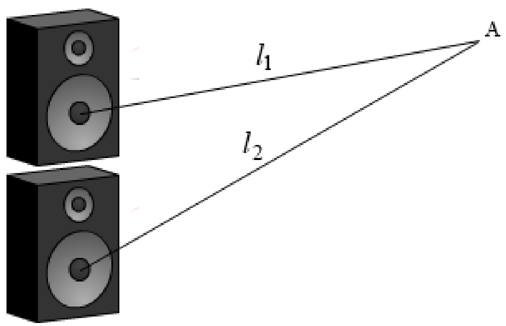
$f_{min} - ?$

Sprendimas:

Taikome interferencijos minimumo susidarymo sąlygą:

$$\Delta l = (2k+1)\frac{\lambda}{2};\ \text{čia } k = 0; 1; 2; \ldots \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\Delta l}{2k+1}$$

Perskaičiuojame bangos ilgį į dažnį:



$$f = \frac{v_g}{\lambda} = \frac{v_g(2k+1)}{2\Delta l} = \frac{340\cdot(2k+1)}{2\cdot(2{,}5-2)} = \boxed{340(2k+1)}$$

Skaičiuojame dažnius įvairioms *k* vertėms:

$$k_1 = 0,\ f_1 = 340\text{ Hz};\ k_2 = 1,\ f_2 = 1020\text{ Hz};\ k_3 = 2,\ f_3 = 1700\text{ Hz};\ \text{ ir t.t.}$$

Ats.: interferencinis minimumas susidarys 340 Hz, 1020 Hz, 1700 Hz ir aukštesnių dažnių garso bangoms, tenkinančioms sąlygą $f = 340(2k+1)$ Hz (čia k – sveikas teigiamas skaičius), tačiau neviršys aukščiausio girdimo dažnio, t.y. 20 kHz.

10 uždavinys

Ploniausiai gitaros stygai virpant susidaro stovinčiosios bangos. Be pagrindinio tono girdimos ir harmonikos. Antrosios harmonikos dažnis yra 660 Hz. Stygos ilgis yra 62 cm. Apskaičiuokite bangų sklidimo greitį stygoje.

Duota:
$f = 660$ Hz
$l = 62$ cm $= 0{,}62$ m

Rasti:
v – ?

Sprendimas:

Virpant gitaros stygai, banga sklinda styga iki įtvirtinimo taško, atsispindėjusi grįžta atgal ir interferuoja su sklindančia banga. Susidariusios stovinčiosios bangos ilgis lygus atstumui tarp gretimų mazgų. Iš piešinio matyti, kad antrajai harmonikai stovinčiosios bangos ilgis lygus pusei stygos ilgio:

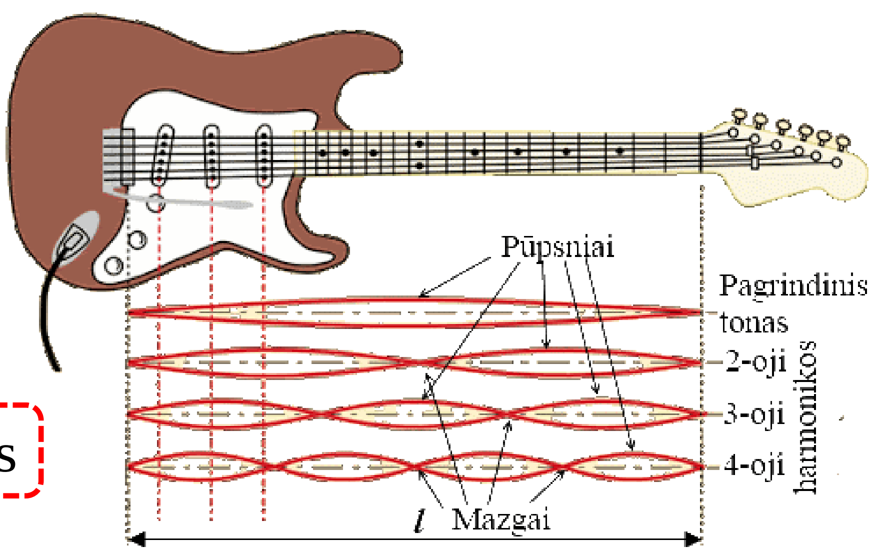
$$\lambda_{st} = \frac{l}{2}.$$

Sklindančios bangos ilgis yra du kartus didesnis:

$$\lambda = 2\lambda_{st} = l.$$

Bangos sklidimo greitis stygoje:

$$v = \lambda f = lf = 0{,}62 \cdot 660 = \boxed{409 \text{ m/s}}$$



Ats.: $v = 409$ m/s.