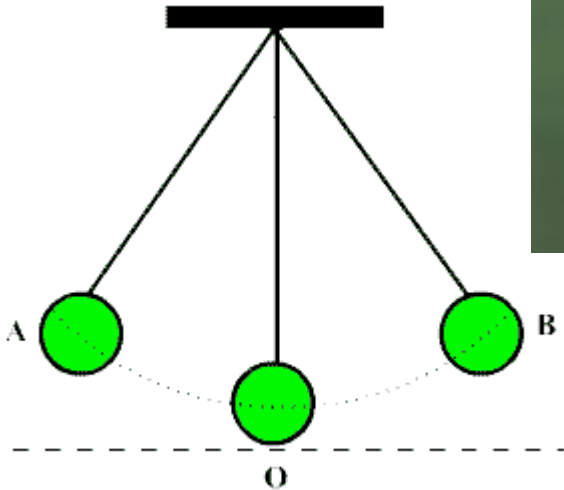


Mechaniniai svyravimai

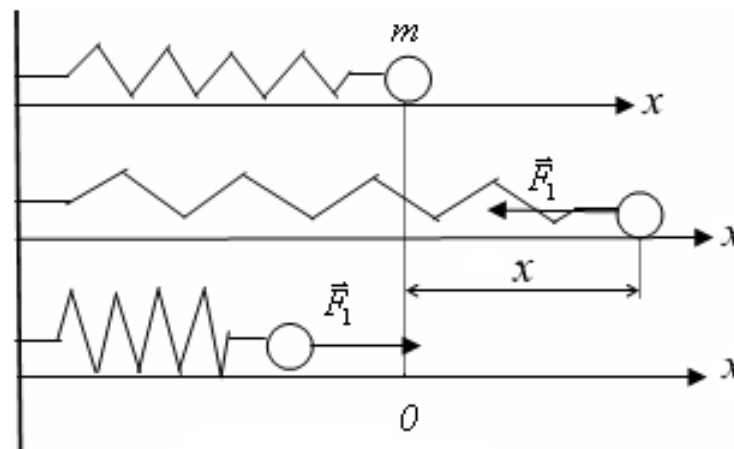


Kai kurių erdvėje judančių kūnų (pvz., ant siūlo pakabinto rutuliuko, gitaros stygos, automobilio variklio stūmoklių ir kt.) padėtis erdvėje nuolat kartojasi. Tokį periodiškai pasikartojantį judesį vadiname **svyravimais**.

Mechaniniais svyravimais vadiname periodiškai pasikartojantį materialiojo taško ar kūno judėjimą ta pačia trajektorija pusiausvyros padėties atžvilgiu.

Svyravimo sąlygos

1. Materialus kūnas turi įgyti daugiau energijos, negu turi stabilios pusiausvyros padėtyje.
2. Kad materialaus kūno svyravimai būtų pasikartojantys, turi veikti jėga, kuri stengtųsi grąžinti materialųjį kūną į pusiausvyros padėtį. Tokios sistemos pavyzdys yra tampri spyruoklė su prie jos pritvirtintu masės m rutuliuku. Rutuliukui nukrypus nuo pusiausvyros padėties, atsiranda spyruoklės tamprumo jėga F_1 , grąžinanti jį į pusiausvyros padėtį. Ši jėga ir kūno inertiškumas ir yra svyravimo priežastis.
3. Papildoma energija, gauta kūną nukreipus nuo stabilios pusiausvyros padėties, neturi būti visa išekvota pasipriešinimui nugalėti, grįžtant į tą padėtį.



Svyravimų tipai:

- Svyravimai, kada materialųjį tašką veikia tik grąžinamoji jėga, vadinami **laisvaisiais svyravimais** arba savaisiais svyravimais.
- Svyravimai, kada materialaus taško judėjimą slopina trinties ar kitos pasipriešinimo jėgos, vadinami **slopinamaisiais svyravimais**. Pasipriešinimo jėgos mažina svyruojančio kūno energiją, todėl svyravimai vyksta nuolat mažėjančia amplitude.
- Svyravimai, kada materialaus taško judėjimą periodiškai palaiko veikianti išorinė jėga, vadinami **priverstiniais svyravimais**. Priverstinė jėga nuolat papildo svyruojančio kūno energiją, kad išlaikytų pastovią svyravimų amplitudę.

Svyravimo parametrai:

- **Svyravimo amplitudė** A vadinamas didžiausio nuokrypio nuo pusiausvyros padėties modulis. Mechaniniuose svyravimuose jis matuojamas *metrais*.
- **Svyravimo periodu** T vadinamas laiko tarpas, per kurį kūnas susvyruoja vieną kartą. Jis matuojamas *sekundėmis*.
- **Svyravimo dažniu** f vadinamas svyravimų skaičius per laiko vienetą. Jis matuojamas *hercais* (Hz). Svyravimo dažnis lygus 1 Hz, jei kūnas per 1 s susvyruoja vieną kartą ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$).

Dažnis yra dydis, atvirkščias periodui:

$$f = \frac{1}{T}$$

Harmoniniai svyravimai

Harmoniniu svyravimu vadinamas nuo laiko priklausantis fizikinio dydžio periodiškasis kitimas pagal sinuso arba kosinuso dėsnį. Taip, pavyzdžiui, kinta prie spyruoklės pritvirtinto svyruojančio kūno koordinatė.

Toks įtaisas vadinamas **spyruokline svyruokle**.

Spyruoklę patempus žemyn, kūną veikia spyruoklės tamprumo jėga (Huko dėsnis):

$$F_x = -kx$$

Šioje svyruojančioje sistemoje kūnas juda išilgai tiesės.

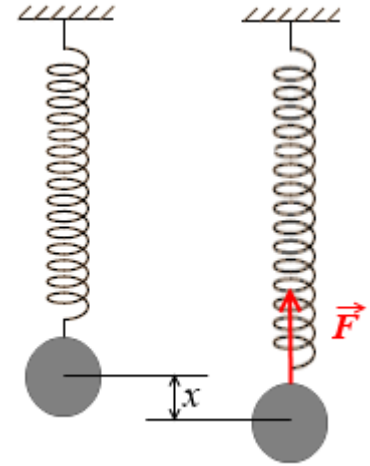
Taikome II Niutono dėsnį:

$$F_x = ma_x; \quad -kx = ma_x; \quad -kx = m \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Pažymėjus $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, gauname:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Tai harmoninių svyravimų diferencialinė lygtis.



Harmoniniai svyravimai

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Šios lygties sprendinys yra harmoninio svyravimo lygtis: $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$

$(\omega_0 t + \varphi_0)$ – **svyravimo fazė**, apibūdinanti kūno padėtį konkrečiu laiko momentu

$\omega_0 = 2\pi f$ – **svyravimo kampinis dažnis**, kuris priklauso nuo spyruoklės tamprumo ir pakabinto kūno masės:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

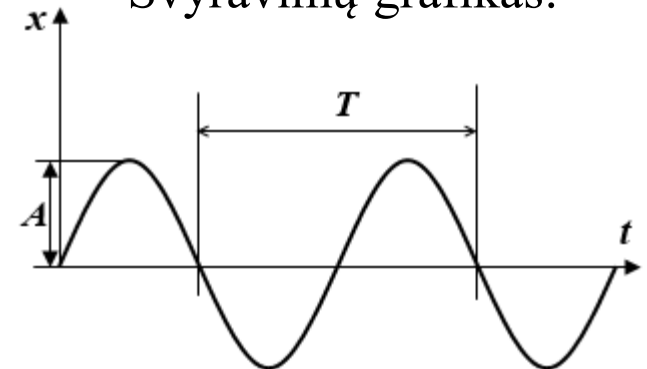
Svyravimų periodas $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

φ_0 – svyravimo pradinė fazė,

A – svyravimo amplitudė,

x – svyruojančio kūno nuokrypis nuo pusiausvyros padėties.

Svyravimų grafikas:



Harmoningai svyruojančio kūno greitis ir pagreitis

Harmoningai svyruojančio kūno greitis ir pagreitis, kaip ir koordinatė kinta taip pat harmoningai, tačiau kūno greičio fazė yra pasislinkusi koordinatės atžvilgiu per $\pi/2$, o pagreičio – per π :

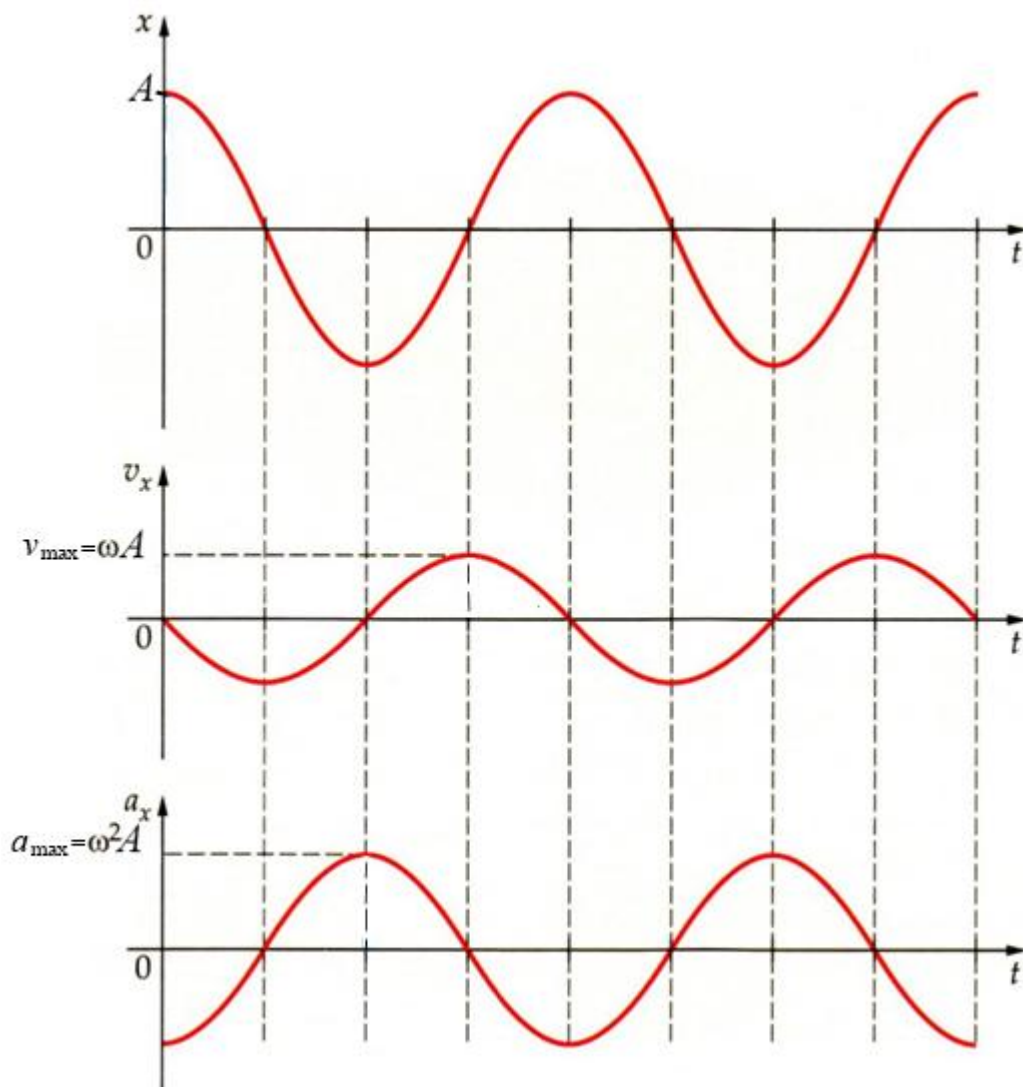
$$x = A \cos(\omega_0 t);$$

$$v_x = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t) =$$

$$= v_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$a_x = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t) =$$

$$= a_{\max} \cos(\omega_0 t + \pi).$$

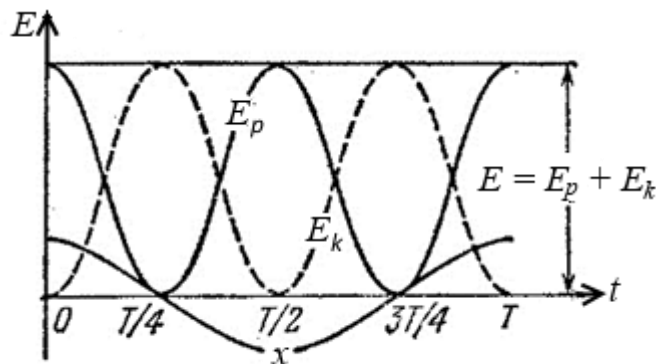


Harmoningai svyruojančio kūno energija

Spyruoklinės svyruoklės svyruojančio kūno energijas gausime įstatę greitį ir poslinkį į kinetinės ir potencinės energijos išraiškas:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2 \omega t$$

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2 \omega t$$

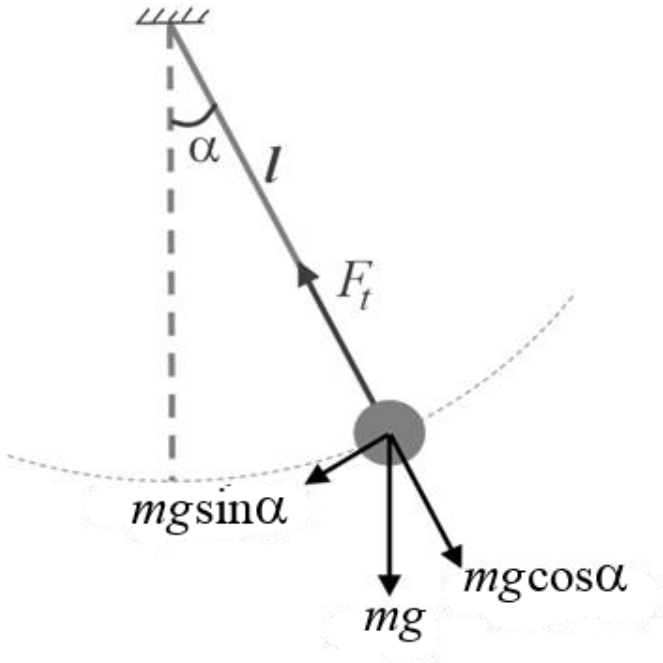


Pilna svyruojančios sistemos energija lygi kinetinės ir potencinės energijų sumai. Ši suma, kai sistemos neveikia pasipriešinimo jėgos, nekinta laike:

$$E = E_k + E_p = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

Matematinė svyruoklė

Matematinę svyruoklę sudaro m masės materialusis taškas, pakabintas ant nesvaraus ir netęsaus siūlo. Sunkio jėgos dedamoji $mg\sin\alpha$ visada nukreipta į pusiausvyros padėtį.



Esant mažam mosto kampui α , matematinė svyruoklė svyruoja harmoniniu dėsnio.

Svyravimo periodas nepriklauso nei nuo amplitudės, nei nuo svyruoklės masės.

Matematinės svyruoklės svyravimo periodas priklauso tik nuo siūlo ilgio l ir laisvojo kritimo pagreičio g :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Slopinamieji svyravimai

Realiame pasaulyje svyruojantį kūną, be gražinančios jėgos veikia ir pasipriešinimo jėga. Ji veikia priešinga judėjimui kryptimi ir jos dydis priklauso nuo judėjimo greičio:

$$F_{pas} = -\beta v_x;$$

čia β – pasipriešinimo koeficientas.

Dėl šios jėgos svyruojanti sistema praranda energiją ir svyravimų amplitudė laikui bėgant mažėja. Tokie mažėjančios amplitudės svyravimai vadinami **slopinamaisiais**.

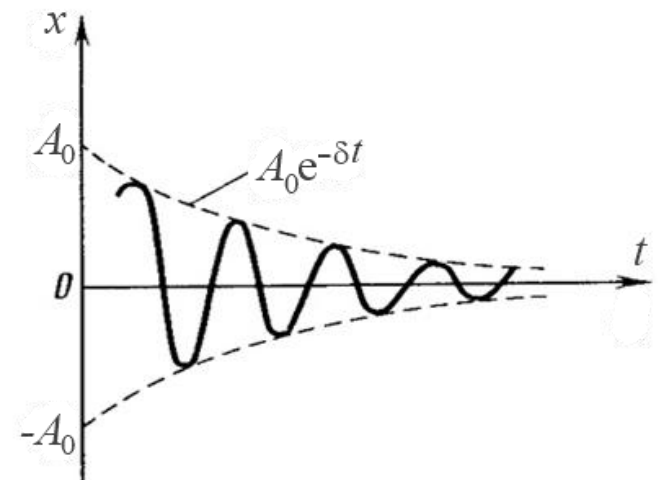
Kūno koordinatė slopinamųjų svyravimų atveju kinta tokiu dėsniu:

$$x = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi_0);$$

čia δ – slopinimo koeficientas: $\delta = \frac{\beta}{2m}$.

Slopinamieji svyravimai yra **neharmoniniai** ir **neperiodiniai**. Jų metu amplitudė mažėja eksponentiniu dėsniu:

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t}.$$



Priverstiniai svyravimai

Jeigu svyruoklei (pvz., sūpynėms) pradiniu momentu suteiksime energijos patraukdami ją iš pusiausvyros padėties, tai veikiant trinties jėgai svyravimų amplitudė mažės. Prarastą sistemos energiją galima grąžinti arba net padidinti veikiant sistemą periodine išorine jėga.



Tokie svyravimai, vykstantys veikiant periodinei išorinei jėgai, vadinami **priverstiniais svyravimais**.

Jei svyruojančią sistemą veiksime pastovia periodine jėga $F_p = F_m \cos \omega_p t$, kurios kampinis dažnis ω_p , tai nusistovėjusių priverstinių svyravimų amplitudė A priklauso nuo šio dažnio, nuo sistemos savųjų svyravimų dažnio ω_0 , nuo jėgos amplitudės F_m ir aplinkos slopinimo koeficiento δ :

$$A = \frac{F_m}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\delta^2 \omega_p^2}}.$$

Priverstiniai svyravimai. Rezonansas

Priverstinių svyravimų amplitudė priklauso nuo periodinės išorinės jėgos dažnio ir esant tam tikrai jo vertei pasiekia maksimalią vertę.

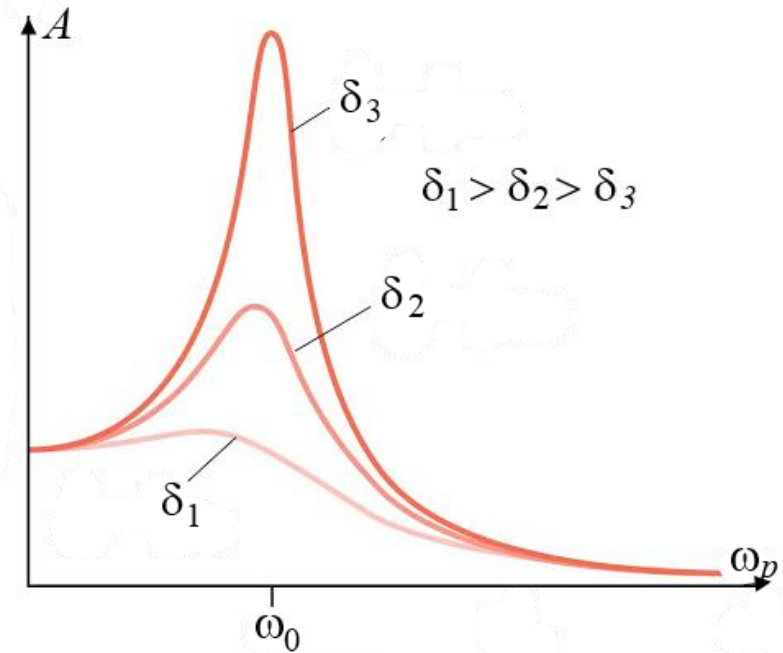
Priverstiniai svyravimai didžiausia amplitude vadinami **rezonansiniais**, o svyravimų “įsisiūbavimo” iki maksimalios amplitudės reiškinys – **rezonansu**.

Amplitudės padidėjimas priklauso nuo aplinkos slopinimo koeficiento δ . Iš grafiko matyti, kad mažėjant aplinkos pasipriešinimui svyravimų amplitudė išauga daugiau:

$$A_{rez} = \frac{F_m}{2m\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

Rezonansinis dažnis:

$$\omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$$



Mechaninės bangos

Fizikoje bangomis vadinami bet kokie erdve sklindantys medžiagos būsenos ar lauko trikdymai.

Sklindant bangai medžiagos ar lauko elementarūs tūriai atlieka svyruojamąjį judėjimą. Šių svyruojamųjų judėjimų sklidimas terpe ir yra banga.



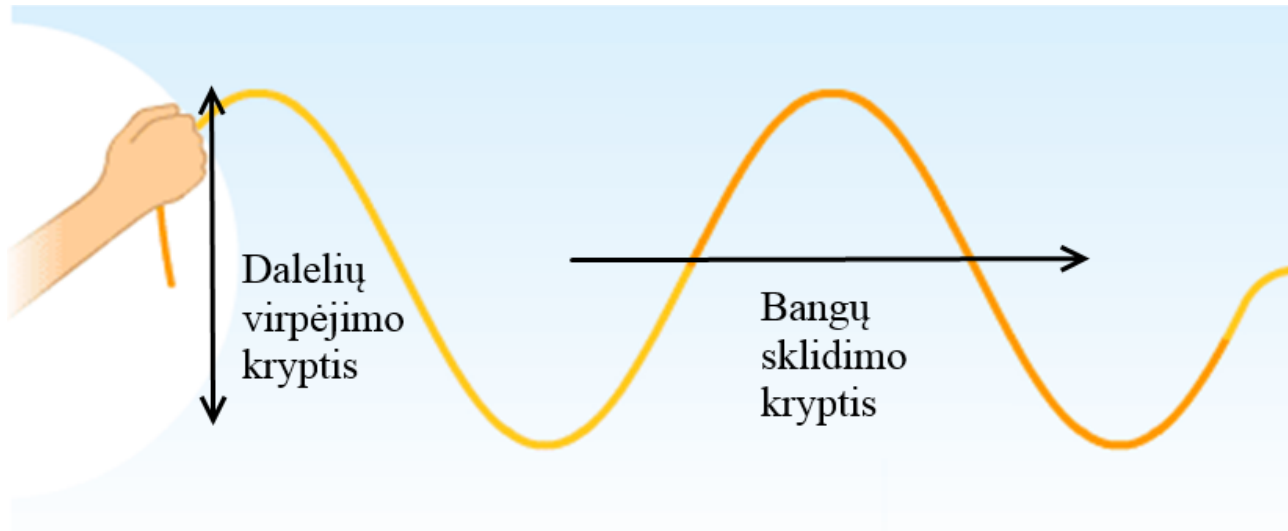
Banga – tai svyravimo sklidimas erdvėje laikui bėgant.

Tamprioje terpėje svyruojantis kūnas veikia jį supančias daleles ir priverčia jas svyruoti. Dėl sąveikos su kaimyninėmis dalelėmis terpėje susidaro deformacijos ir su jomis susijusios jėgos, kurios priverčia svyruoti kaimynines daleles. Toks svyravimo sklidimas tampria terpe vadinamas **mechanine banga**.

Bangomis gali būti pernešama arba nepernešama energija, tačiau sklindant bangoms nepernešama medžiaga.

Skersinės bangos

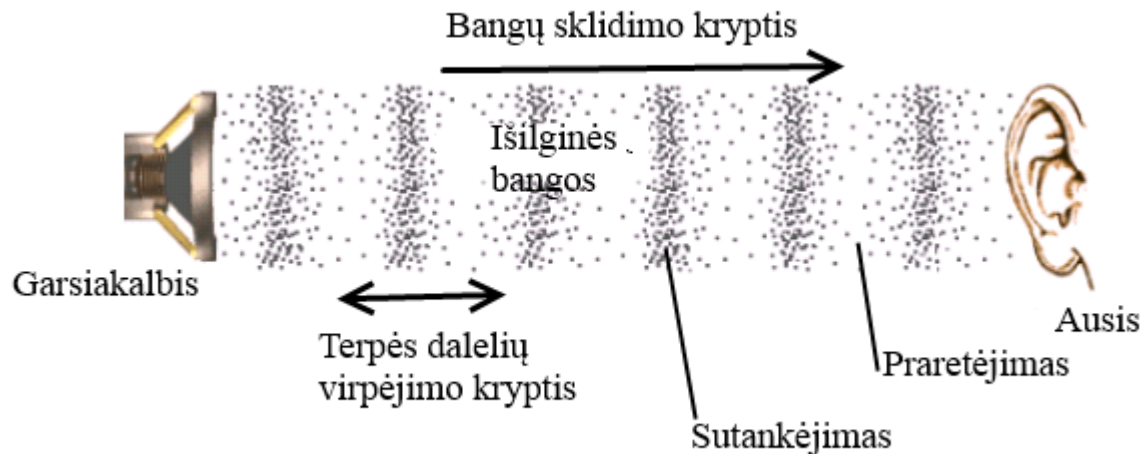
Paslenkant tamprios terpės (pvz., stygos) dalelių sluoksnius lygiagrečiai vienus kitiems, gaunama šlyties deformacija. Jeigu tai atliekama periodiškai, terpės dalelės, verčiamos gražinančių tamprumo jėgų, ima virpėti apie pusiausvyros padėtį. Dėl dalelių tarpusavio traukos jėgų svyravimai sklinda terpe. Tokia banga vadinama **skersine** (terpės dalelės svyruoja statmenai bangos sklidimo kryptiai).



Skersinės bangos sklinda kietaisiais kūnais ir skysčių paviršiumi.

Išilginės bangos

Tamprią terpę periodiškai tempiant arba gniuždant (dujas slegiant), terpė periodiškai tai retėja, tai tankėja. Veikiami priverstinės bei tarpusavio traukos ir stūmos jėgų terpės sluoksniai periodiškai juda priešingomis kryptimis, t.y. virpa, o virpesiai sklinda terpė. Tokios bangos, kai terpės dalelės virpa išilgai bangos sklidimo krypties, vadinamos **išilginėmis**.



Išilginės bangos sklinda kietaisiais kūnais, skysčiais ir dujomis.

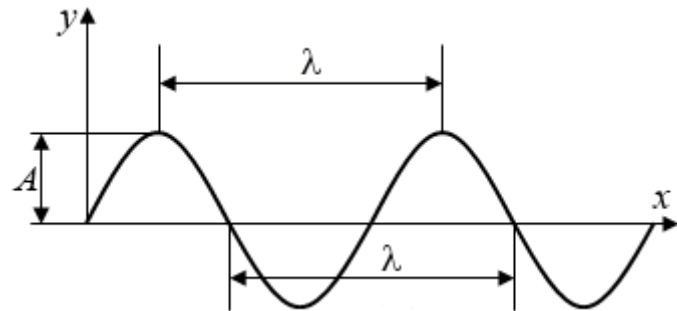
Bangos ilgis

Bangos ilgis (λ) – tai mažiausias atstumas tarp vienodai virpančių dalelių.

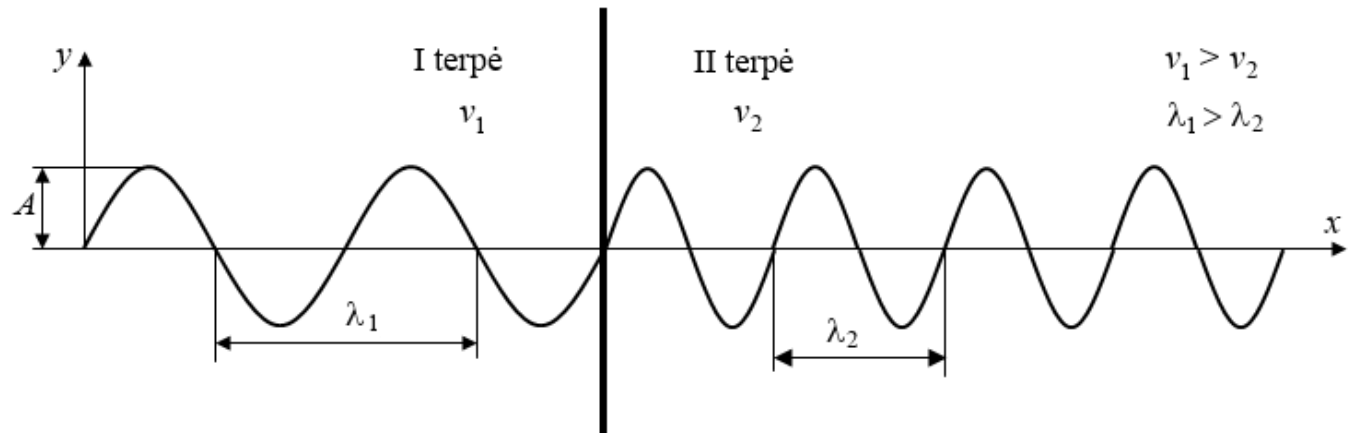
Bangos ilgis terpėje priklauso nuo bangos dažnio ir bangos sklidimo greičio.

Kadangi greitis priklauso nuo terpės, toje pačioje terpėje bangos ilgis priklauso tik nuo dažnio:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$



Pereinant iš vienos terpės į kitą, **keičiasi bangos sklidimo greitis ir bangos ilgis, dažnis nesikeičia.**



Elementariosios bangos lygtis

Bangos lygtis leidžia apskaičiuoti dalelių nuokrypius bangos sklidimo kelyje bet kuriuo laiko momentu. Įtemptos virvutės sužadinimą galima aprašyti kaip atskirų tos virvutės taškų svyruojamuosius judėjimus. Pjūvyje 1 – taško judėjimą galima aprašyti:

$$y_1(t) = A \sin \omega t.$$

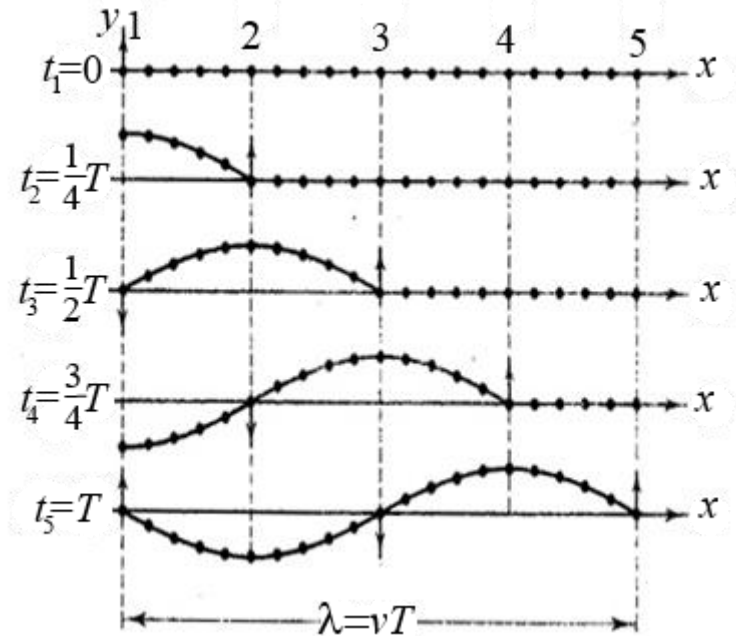
Taško judėjimas pjūvyje, nutolusiame x atstumu nuo šaltinio, atsiliks nuo 1 per laiką τ , kurį užtruks banga kelyje:

$$\tau = \frac{x}{v}$$

Tuomet
$$y(x, t) = A \sin(\omega(t - \tau)) =$$
$$= A \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right) = \boxed{A \sin(\omega t - kx)};$$

čia $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ - bangos skaičius.

Ši lygtis aprašo elementarios bangos, sklindančios x kryptimi, visų svyruojančių taškų padėtis y bet kuriuo laiko momentu t bet kurioje x koordinatėje.



Garso bangos

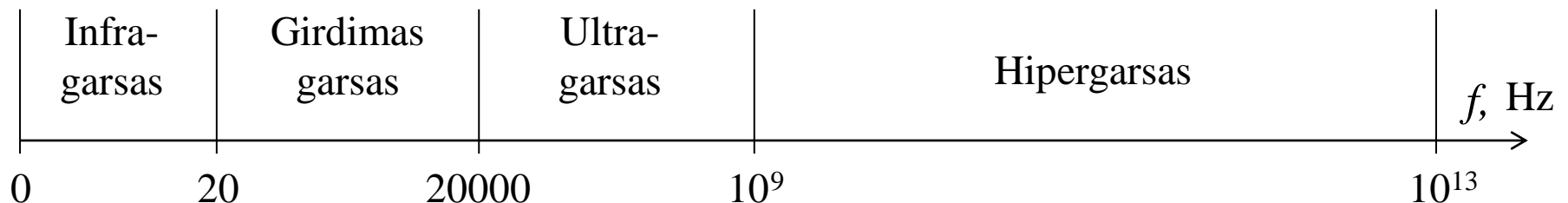
Garsas – mechaninės bangos, sklindančios tampria terpe ir sukeliančios žmogui garso pojūtį. Garso bangos ore yra išilginės bangos.

Girdimu garsu vadinamos mechaninės bangos, kurių dažnis telpa intervale nuo 20 Hz iki 20000 Hz.

Infragarsas [lot. Infra – žemiau] - garsas, kurio dažnis yra žemesnis nei 20 Hz.

Ultragarsas [lot. Ultra – aukščiau] – garsas, kurio dažnis yra intervale nuo 20000 Hz iki 10^9 Hz.

Hipergarsas [lot. Hyper – virš] – garsas, kurio dažnis yra didesnis už 10^9 Hz.



Garso bangos

Garso **stiprumu** arba **intensyvumu** vadiname vidutinį energijos kiekį, kurį garso banga perneša per laiko vienetą pro vienetinį plotą, statmeną bangos sklidimo kryptį

$$I = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v;$$

čia ρ – terpės tankis,
 ω – svyravimų kampinis dažnis,
 A – svyravimų amplitudė,
 v – bangų sklidimo greitis.

Garso bangų greitis įvairiose terpėse

Terpė	v , m/s
<i>Dujos</i>	
Oras (20 °C)	344
Helis (20 °C)	999
Vandenilis (20 °C)	1330
<i>Skysčiai</i>	
Skystas helis (4 K)	211
Gyvsidabris (20 °C)	1451
Vanduo (0 °C)	1402
Vanduo (20 °C)	1482
Vanduo (100 °C)	1543
<i>Kietieji kūnai</i>	
Švinas	1960
Plienas	5941
Aliuminis	6420

Bangų interferencija

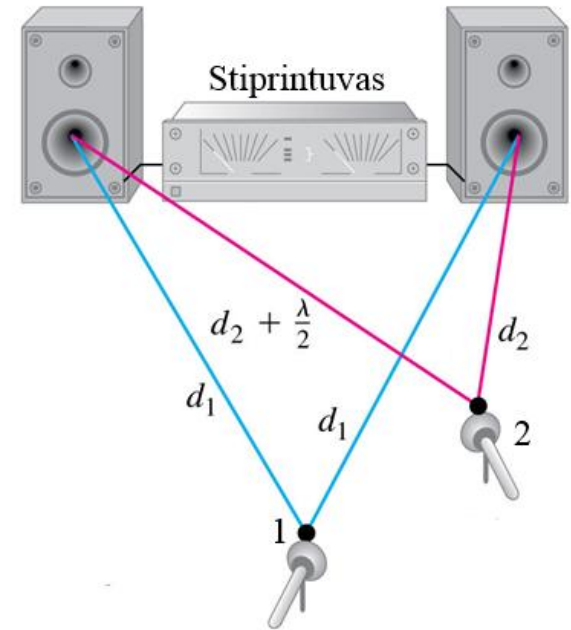
Jei terpe vienu metu sklinda bangos iš kelių šaltinių, tai dalelių atstojamasis svyravimas yra lygus atskirų šaltinių sukeltamų svyravimų geometrinei sumai. Tai bangų **superpozicijos** principas.

Kai svyravimų fazių skirtumas nekinta, bangos vadinamos **koherentinėmis**. Koherentinių bangų sudėtis vadinama bangų **interferencijos** reiškiniu. Dėl jo vienuose erdvės taškuose dalelių svyravimo amplitudė išauga, kituose – sumažėja.

Amplitudė išauga, kai bangos nagrinėjamą erdvės tašką pasiekia vienodų fazių, ir sumažėja, kai fazės yra priešingos.

Piešinyje pavaizduotą mikrofoną Nr.1 abi bangos pasiekia nuėjusios vienodus atstumus d_1 ir stiprina viena kitą, o mikrofoną Nr.2 pasiekia priešingų fazių bangos, nes jų nueiti keliai d_2 skiriasi $\lambda/2$.

Kairysis ir dešinysis garsiakalbiai spinduliuoja vienodas bangas



Bangų interferencija

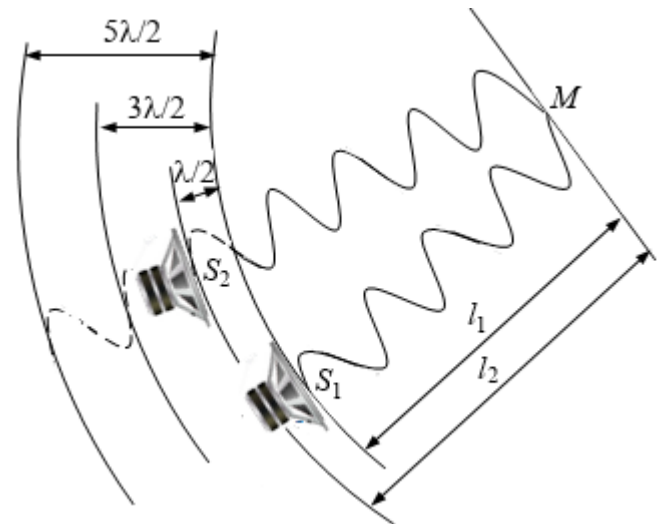
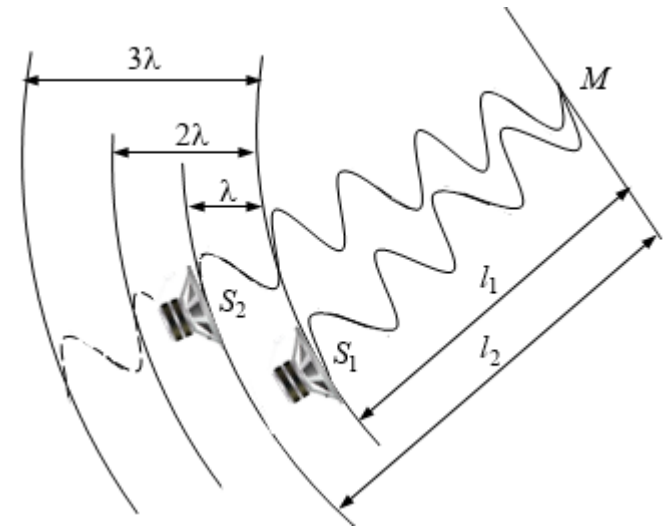
Koherentines bangas skleidžia du garsiakalbiai S_1 ir S_2 . Šių bangų interferencijos rezultatas stebimas erdvės taške M . Nuo šaltinių iki taško M bangos nueina kelius l_1 ir l_2 . Jei šie keliai lygūs arba skiriasi vienu ar keliais bangos ilgiais, tai iš piešinio matyti, kad tašką M pasiekusios bangos sukelia vienos krypties svyravimus, t.y. viena kitą stiprina.

Interferencijos maksimumo sąlygą galima užrašyti taip:

$$\Delta l = k\lambda; \text{ čia } k = 0; 1; 2; \dots$$

Jei šie keliai skiriasi nelyginiu pusbangių skaičiumi, tai iš antrojo piešinio matyti, kad tašką M pasiekusios bangos sukelia priešingų krypčių svyravimus, t.y. viena kitą slopina. Interferencijos minimumo sąlygą galima užrašyti taip:

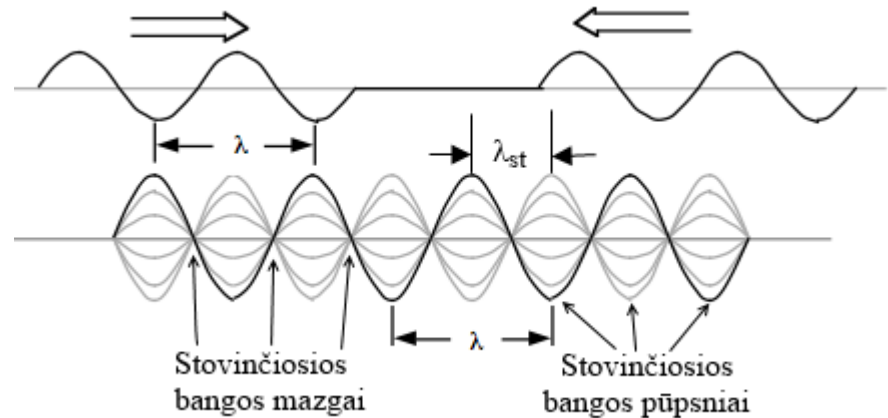
$$\Delta l = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; \text{ čia } k = 0; 1; 2; \dots$$



Stovinčiosios bangos

Stovinčiosios bangos susidaro interferuojant dviems vienodų amplitudžių bangoms, sklindančioms priešpriešiais. Paprastai jos gaunamos susidėjus sklindančiai bangai su atsispindėjusia nuo kliūties banga.

Šio reiškinio rezultatas yra terpės, kuria sklinda banga, dalelių svyravimas viena faze skirtingomis amplitudėmis. Taškai, kuriuose dalelių poslinkiai bet kuriuo laiko momentu lygūs nuliui, vadinami **mazgais**. Taškai, kuriuose virpesių amplitudė yra didžiausia, vadinami stovinčiosios bangos **pūpsniais**.



Atstumas tarp gretimų stovinčiosios bangos pūpsnių arba mazgų vadinamas **stovinčiosios bangos ilgiu**. Stovinčiosios bangos ilgis lygus pusei sklindančios bangos ilgio: $\lambda_{st} = \lambda/2$. Tokios bangos gali susidaryti, pavyzdžiui, įtemptoje stygoje ar ar pučiamojo instrumento vamzdyje. Stovinčioji banga, skirtingai nei sklindanti, energijos neperneša, nes ją sudaro dvi priešingomis kryptimis sklindančios vienodos amplitudės ir vienodus energijos kiekius pernešančios bangos.

Bangų difrakcija

Bangų nukrypimas nuo tiesaus kelio aplenkiant kliūtis vadinamas bangų **difrakcija**.

Difrakcijos reiškinys būdingas visoms bangoms, taigi ir garso bangoms. Dėl to mes galime girdėti draugus stovėdami už namo kampo.

Bangų difrakcija priklauso nuo kliūties matmenų ir bangos ilgio.

Kuo plyšio matmenys artimesni bangos ilgiui, tuo ryškesnė difrakcija. Jei kliūtis ar plyšio matmenys dideli, palyginti su bangos ilgiu, difrakcija mažai pastebima.

