

Savarankiško darbo užduotis

1. Raskite funkcijos $y = f(x)$ pirmykštę funkciją

$f(x) = (2x+5)^7$	$f(x) = 3 \cos \frac{x}{2}$	$f(x) = \frac{1}{(2x+5)^7}$	$f(x) = \frac{x^2}{6} - \frac{6}{x^2}$
$f(x) = 15\sqrt{x} + \frac{15}{\sqrt{x}}$	$f(x) = \frac{1}{2x^4}$	$f(x) = \frac{x+2}{2x}$	$f(x) = \frac{1}{e^{3x}}$

2. Raskite funkcijos $y = 2 \cdot e^{-2x}$ pirmykštę funkciją, einančią per tašką (0;3).

3. Žinome, kad funkcijos $y = f(x)$ išvestinė $f'(x) = p \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$. Be to $f(0) = 1$ ir $f(2\pi) = 0$. Raskite funkciją

$$y = f(x).$$

4. Apskaičiuokite neapibrėžtinius integralus

$\int \frac{e^x + 3}{6} dx$	$\int 4\sqrt{3-x} dx$	$\int (1-x^2)^2 dx$	$\int (e^{2x} + e^{-2x})^2 dx$
$\int \frac{2x-4}{x^2-4} dx$	$\int \left(e^{-x} - \frac{4}{2x+1} \right) dx$	$\int -3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) dx$	$\int 2 \cos^2(4x) dx$

5. Ignas ir Ignė apskaičiuavo tą patį neapibrėžtinį integralą skirtingai:

$$\text{Igno sprendimas: } \int \frac{1}{3x} dx = \frac{1}{3} \ln|3x| + C$$

$$\text{Ignės sprendimas: } \int \frac{1}{3x} dx = \frac{1}{3} \cdot \int \frac{1}{x} + C = \frac{1}{3} \cdot \ln|x| + C$$

Kurio iš jų atsakymas teisingas? Savo teiginį pagrįskite.

6. Apskaičiuokite apibrėžtinį integralą

$\int_1^4 \left(x - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$	$\int_1^3 \frac{1}{x} dx$	$\int_2^6 \frac{1}{\sqrt{2x-3}} dx$	$\int_0^1 e^{1-x} dx$
$\int_4^9 \frac{x-3}{\sqrt{x}} dx$	$\int_0^{\ln 2} (e^{-x} + 1)^2 dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(3x) dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

Atsakymai:

1. Raskite funkcijos $y = f(x)$ pirmykštę funkciją.

$F(x) = \frac{(2x+5)^8}{16} + c$	$F(x) = 6 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + c$	$F(x) = -\frac{1}{12 \cdot (2x+5)^6} + c$	$F(x) = \frac{x^3}{18} + \frac{6}{x} + c$
$F(x) = 10x\sqrt{x} + 30\sqrt{x} + c$	$F(x) = -\frac{1}{6x^3} + c$	$F(x) = \frac{x}{2} + \ln x + c$	$F(x) = -\frac{1}{3 \cdot e^{3x}} + c$

$$2. F(x) = 4 - e^{-2x}$$

$$3. f(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\frac{1}{2}x\right) + \frac{1}{2}.$$

4. Apskaičiuokite neapibrėžtinius integralus.

$\frac{1}{6}e^x + \frac{1}{2}x + c$	$-\frac{8}{3}(3-x)\sqrt{3-x} + c$	$x - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + c$	$\frac{1}{4}e^{4x} + 2x - \frac{1}{4}e^{-4x} + c$
$2 \ln x+2 + c$	$-e^{-x} - 2 \ln 2x+1 + c$	$3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$	$x + \frac{1}{8} \sin(8x) + c$

5. Abu atsakymai teisingi, nes skiriasi tik konstanta.

$$\frac{1}{3} \ln|3x| + c = \frac{1}{3} (\ln 3 + \ln|x|) + c = \frac{1}{3} \cdot \ln|x| + \frac{1}{3} \ln 3 + c = \frac{1}{3} \cdot \ln|x| + C$$

6. Apskaičiuokite apibrėžtinį integralą.

1,5	$\ln 3$	2	$e - 1$
$\frac{20}{3}$	$\ln 2 + \frac{11}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{\pi}{4}$